四庫全書

子部

歷算全書卷四十一

宣城梅文鼎撰

方程論卷二

極數

吾論方程至和較之雜之變盡矣雖然不知帶分疊脚重審之法無以窮其致故極數次之

極數有三一帶分二疊脚三重審皆不離乎和較之四術

帶分方程例

法曰視原問中有云幾分之幾者則以分母通其全數而列之或云有物幾數又幾分之幾者以分母通其全數而納其子如法列位遍乘減併以求一法一實既得法以除實而得者即所求物之一分也以所得一分之數分母乘之則為物之全數矣

或云幾分之幾又幾分之幾者以兩分母相乘為全數而列之又以兩分母互乘其子為所用之分而列

之所用之分同在一行者併而列之分用于兩行者不併也併之而所用之分反大於全數者以全數除之命為幾全數又幾分之幾其入算乘除仍用所併之分得數後則只以全數之分乘之為全數以上兩法皆化整為零乘除竟用零分故先得一分之數

又法

凡較數有以此之全數當彼之幾分之幾者則通其一行之內皆以分母乘之而後列焉則其所得即為

全數而非其一分也如云乙得甲三分之二則以分母三乘乙全數得全乙者三乘甲之二分得六分是為全甲者二則以三乙當二甲而列之驟視之如倒列其子母其實皆全數耳

若有正負之數亦以分母乘而列之亦全數非零分也是為以零變整與化整為零之法不同故但得其得即為整其所用分全數所用乘除皆整數非分故也

凡和數中有母只在本一行中如一物有兩分母又分用于各行則各以其行中分母為用

一位帶分而餘只全數者亦可以分母通乘而列之其所得亦為全數而非分如甲三乙二又三之一共十六則以分母三乘甲得九乘一二得六乘乙之一得三亦整一也併得整七乘共十六得四十八是為甲九乙七共四十八變零

為整徑以整數乘除所得即為整數

又法

凡帶分之法或化整為零或變零為整取其畫一也

此外又有雜用零整之法亦所當知 如行中有幾位或原帶有零分者以化整為零法列之其原未帶分者只以整數列之但乘除得數後整列者所得即為整數零分列者所得只為零分之數仍須以分母乘之為全數

又法

視所帶之分有可以分母除之而盡者則以所除分

秒附于整數而列之則其乘除後得數亦為所求之全數若分母除其子不能盡者則不用此法

今有甲字庫貯金丁字庫貯銀各不知總但云取甲四之三加丁五之二則一百一十萬若以甲加丁之倍數則四百四十萬問各若干

荅曰甲庫金四十萬　丁庫銀二百萬

法以分子甲之三分丁之二分列右

以分母四通甲整一得四分以分母五通丁整二得

十分列左

甲四之三 十二分　丁五之二 八分　共一百一十萬 四百四十萬

減盡　餘二十二分　餘八百八十萬

甲四之四 十二分　丁五之十 三十分　共四百四十萬 一千三百二十萬

依和數法互乘對減餘丁之分二十二為法餘八百八十萬為實

法除實得四十萬為丁之一分以丁之分母五乘丁之一分得二百萬為丁庫銀數　乃以丁庫數倍之得四百萬減四百四十萬餘四十萬為甲庫金數

此化整從零法也（原列零分故得亦零分之數）

又法以丁分母五互甲之三得十五以甲分母四互丁之二得八列右又以兩分母（五四）相乘得二十為甲丁共母以乘一甲得二十乘倍丁得四十列左　乃以甲丁共母乘一百一十萬得二千二百萬列右乘四百四十萬得八千八百萬列左（分母相乘為母互乘子只是通分之法妙在以分共母乘其和數而零數皆為整用矣此用法之妙）

上

中

下

甲十五 三百　丁八 二百六十

甲二十 三百　丁四十 六百

減盡　餘四百四十

共二千二百萬 四億四千萬　餘八億八千萬

共八千八百萬 十三億二千萬

依法乘減餘丁四百四十為法　八億八千萬為實

以法除實得二百萬為丁數以丁四十計八千萬減八千

八百萬餘八百萬以甲二十除之得四十萬為甲數

此變零為整法也 原列整數故所得即為整數

又法以甲分母四除之三得七分五秒以丁分母五除

之二得四分列之則其餘數皆不變

甲○七五　丁○四　共一百一十萬

甲得○七五　減盡　丁二得五　減餘二

共四百四十萬得三百三十萬　餘二百二十萬

左甲一乘右行皆如原數　右甲○七分五秒乘左行各得四分之三甲各○七分五秒盡減　丁餘一一上一整數下一一分乃十分之一一為法共數減餘二百二十萬為實　法除實得二百萬為丁數　以丁數倍之減共數餘四十萬即為甲數

此除零附整法也零分既除為分秒則乘除之際皆以整數為主故所得亦即為

整數

今有甲乙二數不知總但云取乙五之三又取乙四之一以益甲則甲之數倍取甲三之二又取甲七之二以與乙較則乙多數二百四十問甲乙本數各幾何

荅曰甲本數一千〇七十一 乙本數一千二百六十

法以較數帶分取之 本二色也却有三位以分母通之仍二位也 先以乙分母五四相乘得二十以當乙

之全數　又以分母五互乘分子一得五以分母四互乘分子三得十二併之得十七以當乙所盈甲之分　是為乙二十分之十七以盈甲也

次以甲分母三七相乘得二十一以當甲之全數　又以分母三互乘分子二得六以分母七互乘分子二得十四併之共二十以當甲所與乙較之分　是為甲二十一分之二十以與乙較也

于是分正負列位

甲二十一 正四百二十 乙之十七 負三百四十 適足 以乙之分益甲兩甲倍是其分與甲相當也

減盡 餘八十分

甲之二十 正四百二十 乙二十 負四百二十 負二百四十 五千○四十

依較數法乘減 乙餘八十分為法 負數無減就以五千○四十為實 法除實得六十三為乙之一分 以乙全分二十乘之得一千二百六十為乙本數 乙本數同減負二百四十餘一千○二十即甲與乙較之分也 以左行甲之二十分除之得五十一為甲之一分 以甲全分二十一乘之得一千○七十

一為甲本數

乃細攷之　置乙本數三因五除之得七百五十六為五之三　又置一本數四除之得三百一十五為四之一　併兩數共一千〇七十一則與甲數同故以此盈甲兩甲倍也　置甲本數二因三除之得七百一十四為三之二　又置甲本數二因七除之得三百〇六為七之二　併兩數共一千〇二十以此較乙則不及二百四十

此只是以乙之分與甲較又以甲之分與乙較也末卷所列諸率則是以乙之分益甲而轉與乙所存之分相較又以甲之分益乙而轉與甲所存之數相較故自不同合而觀之則見

今有寶泉寶源二局鑄錢不知總但云取寶源五之四又四之三以益寶泉則寶泉之數倍　若取寶泉三之二以與寶源較則多于寶源四十二貫

畣曰寶泉原數一千九百五十三貫　寶源原數一

千二百六十貫

法先以寶源分母五四相乘得二十分為全數　又以分母五互乘分子三得十五分母四互乘分子四得十六併之共三十一分為寶源所以益寶泉之分　全數二十分所用以益寶泉者反有三十一分是為以寶源全數又二十分之十一以益寶泉也　其寶泉只一分母故不用乘併

乃列位

右寶泉三分　正六分　寶源之三十一分　負六十二分　適足

左寶泉之二分　正六分　寶源二十分　負六十分　正四十二貫　得一百二十六貫

減盡　餘二分

如法乘減　中位餘二分為法　下位餘一百二十六貫為實

法除實得六十三貫為寶源局二十分之一分　以分母二十乘之得一千二百六十貫為寶源數　以寶源數與加正四十二貫共一千三百〇二貫即寶泉局三分之二也于是以分子之二除以分母三乘得

一千九百五十三貫為寶泉數置寶源數四因五除之得一千〇八為五分之四又置寶源數三因四除之得九百四十五為四之三併兩數亦恰得一千九百五十三貫如寶泉數以加寶泉是為寶泉者倍也

論曰乘得數後寶泉分數同惟右行之寶源多于左行者二分而遂能與寶泉等若左行之寶源少此二分而其少于寶泉者遂一百二十六貫然則此一百二十六貫者正是寶源之二分矣知分數即知全數知寶源即知寶泉

此二則皆化整為零而分母不同也

今有貨泉刀貝四種之幣各不知數但云泉八之一兼刀布七之二則如貨數也　若刀布七之三兼貝六之四則其數如泉也若貝六之五又外加數八千九百七十則如刀布也　若貨數自加九之一則其數如貝也問本數各幾何

荅曰貨五千一百三十　泉九千六百八十

刀布一萬三千七百二十　貝五千七百

法以各分母通其原數然後以正負列之　貨分母九

泉分母八　刀布分母七　貝分母六　丁行貨合數一

又九分之一共十是為九分之十凡全數帶分者準此

甲貨正九得正九十分　泉負之一得負十分　刀布負之二得負二十分○空無乘　適足空無乘

乙○減盡　泉正八　刀布負之三　貝負之四　適足此二行首位貨空故先不同乘存與減餘相對

丙○　○　刀布正七　貝負之五　正八千九百七十

丁貨負之十得正九十分○空無乘　○空無乘　貝正六得負五十分　適足空無乘

先以甲行貨正九分為法徧乘丁行得數　又以丁行貨負十分為法徧乘甲行得數因首位異名故變一行以相從而以

丁從甲乃以甲丁兩行得數相減　貨同減盡　甲行泉負十分刀布負二十分皆無對不減　丁行貝負五十四分亦無對不減　下適足無乘無減仍為適足

乃以泉刀同名在甲行者為一類　貝同名在丁行者為一類分正負重列而求之丁行之負甲行之正也

因餘行已無貨位當以泉為乘法尋乙行中有泉徑用與減餘相對

右減餘泉負十分 正八十分 刀布負二十分 正一百六十分 貝正五十四分 負四百三十二分 適足 空無來

減盡　併一百九十　減餘三百九十二

左乙行泉正八分 負八十分 刀布負三分 負三十分 貝負四分 負四十分 適足 空無來

如法徧乘得數乃相減併　泉同減盡　刀布異併得正一百九十分　貝同減餘負三百九十二分

以減餘為主命其正負而重列之

因餘行又已無泉當以刀布為乘法尋丙行有刀布徑

用與減餘相對

上

中

下

右減餘 刀布正一百九十分（正一千三百三十分） 貝負三百九十二分（負二千七百四十四分） 適足 空無乘無減

左丙行 刀布正七分（正一千三百三十分） 貝負五分（負九百五十分） 正八千九百七十（正一百七十萬四千三百）

減盡　餘一千七百九十四分

如法徧乘得數 刀布同減盡貝同減餘一千七百九十四分為法正一百七十萬四千三百無減就為實 法除實得九百五十為負之一分 以丙行貝之五分該四千七百五十異加正八千九百七十共一萬三千七百二十為刀布原數 以刀布分母七除原數得一千九百六十為刀布之一分 以刀布

之三分該五千八百八十貝之四分該三千八百併之得九千六百八十為泉數（用乙行也）以泉分母八除泉數得一千二百一十為泉之一分　以泉之一分加刀布之二分三千九百二十共五千一百三十為貨數（用甲行也）以貨分母九除貨數得五百七十為貨之一分　以貨數加一分共五千七百為貝數（用丁行也）

甲丁兩行乘減論曰既互乘則甲丁之貨等而甲行之泉若刀布及丁行之貝又各與其首位之貨等則甲

之泉若刀布必與丁之貝等也故對减去貨而徑以甲之泉若刀布與丁之貝分正負而命之適足也

此即西學中比例之理然方程中自有之且簡快如此

乙行減併論曰左右兩行之正負皆適足若于右正數內減左正右負數內減左負其所餘者亦必適足也今右正內既減去同名之泉右負內又減去同名之貝而左負內有刀布不與右同名不能相減故反用

以加加則正數多正數多則負數少而其數亦必適足矣

又論曰隅行之異名乃同名也今兩行之正與負既皆適足若以左之正（泉）益右之負（貝）而共為負以左之負（刀布貝）益右之正（泉刀布）而共為正則亦適足也于是以兩者（右泉刀布左刀布貝為一類左泉右貝為一類）對減其相同之物（泉各減八十分貝各減四十分）則其所餘之物必亦適足也（左右刀布為正右貝減餘為負）

又論曰右行刀布正數也正多于負之數也左行刀布負數也正少于負之數也合此二數則是右正之多于左正者此兩行之刀布也然刀布之數右正雖多于左正而負之數右負亦多于左負故兩行皆適足也然則右正之所多與右負之所多亦必相當適足矣

丙行乘減論曰刀布本同惟右之貝多于左右之貝多則左之貝少左之貝少則刀布多矣然則左之刀布

布獨有盈數者正是此相差之貝也

此亦化整為零而又有整帶零四色有空之例也

問品官月俸六品為五品八之五七品為六品四之三八品為七品十五之十三九品為七品十五之十一倍九品加八品六品七品各一則如五品之倍數而多三石各若干

法以分母各通其原數而正負列之　五品通為八　六品通為四　七品通為十五　八品九品以全數

原無分母故也（五品倍則為十六）

甲　五品正之十六分（正八十分）　六品負四分（負二十分）　七品負十五分（負七十五分）　八品負一（負五）　九品負二（負十）　負二石（負十石）

乙　五品正之五分（正八十分）　六品負四分（負六十四分）　○　○　○　適足

（減盡）（餘四十四分）

丙　○　六品之三分　七品負十五分　○　○　適足

丁　○　○　七品正之十三分　八品負一　○　適足

戊　○　○　七品正之十一分　○　九品負一　適足

（丙丁戊三行無五品可減存之與減餘相對）

先以甲行五品十六分遍乘乙行五品六品得數（餘空）

（餘無乘）次以乙行五品五分遍乘甲行得數　乃對

減　五品各八十分同名對減盡　六品同名對減

餘四十四分乙行之負物也為乙類

七品八品九品并祿米較數皆無對不減皆甲行之負

物負數也為一類　分正負列之與丙行相對

右減餘　六品正四十四分（正一百三十二分）　七品負七十分（負二百一十分）　八品負五（負十五）　九品負十（負三十）　負十五石（負四十五石）

左丙行　六品正三分（正一百三十二分）　七品負十五分（負六百六十分）　〇　〇　適足

減盡　左餘負四百五十分

如法以減餘六品分遍乘丙行六品七品分得數　餘空

無乘

又以丙行六品分遍乘減餘得數　乃以對減　六品得數各一百三十二分同名減盡　七品同名減餘四百三十五分丙行之負物也自為一類　其餘三位無減皆減餘之負物負數也共為一類　分正負列之與丁行相對

又因丁戊兩行皆有七品是多一算也乃更置之以八品列首位

上

中

下

右減餘八品負十五　負十五　七品正四百三十五分　餘正二百四十分　九品負三十負四十五石

減盡

左丁行八品負一　負十五　七品正十三分　正一百九十五分　適足

如法以丁行八品負一遍乘減餘皆如故首行同名故兩行之正負亦皆不變又以減餘八品負十五分遍乘丁行八品七品得數　乃對減　八品同減盡　七品同減餘二百四十分右行之正物也為一類　九品三十無減祿米四十五石亦無減皆右行之負物負數也同名共為一類　乃分正負重列之與戊行相對

右減餘七品正三百四十分 正三千六百四十分 九品負三十負三百六十 負四十五石負四百九十五石

左戊行七品正十一分 正三千六百四十分 九品負一負二百四十 適足

減盡 餘九十

如法以左右七品分互遍乘得數首行同名故兩行之正負皆不變

七品同減盡 九品同減餘九十為法 祿米四百九十五石無減就為實 法除實得五石五斗為九品月俸 置九品俸以相當之七品之十一分除之得五斗為七品月俸十五分之一而以與八品相當之十三乘之得六石五斗為八品月俸 又以七

品之分母十五乘其一分得七石五斗為七品月俸

又置七品俸以相當之六品之三分除之得二石

五斗為六品四之一而以其分母四乘之得十石為

六品月俸　置六品俸以相當之五品之五分除之

得二石為五品八之一而以其分母八乘之得十六

石為五品月俸

計開　五品每月十六石　六品每月十石　七

品每月七石五斗　八品每月六石五斗　九品

每月五石五斗

論曰此所列有二種　六品通爲四分者問原云四之三是可以四分者也七品通爲十五分者原云十五之十三之十一是可以十五分者也五品通爲十六分者原云八之五是可以八分者也又倍之而十六則爲八分者二矣此皆以分立算化整從零之法也

八品則只是原數九品亦是原數而又有倍數然只是原數之倍非如五品倍其分也此兩者皆不用

分只用整　合而言之乃零整雜用之法也　零與整雜似不倫矣然乘除得數則同　但用分者所得數亦為一分之數故必以分母乘之乃合原數而其原不用分者得即原數更不須乘能知此理則用分無誤矣

甲乙兩行論曰兩行正數内五品本同而甲有負多于正之較乙則無有是此較數乃甲負多于乙負之較也于是以兩負相減以去其同之分而觀其所不同

之處則甲有諸品而乙惟六品之減餘然則甲負之獨多此較者乃甲諸品多于乙六品減餘之較矣

丙行乘減論曰兩得數對減而六品減盡是其數同也其與六品為正負者又減去相同之七品分而左仍餘七品之餘分右仍餘諸品之全分則是兩行諸數皆同而惟此二者有差也然則右之獨有盈于六品之較者正此二者之差數也

丁行論曰兩行對減而于負數內減去相同之八品惟

餘九品于正數内減去相同之七品分惟餘七品之餘分然則右行負數獨有盈于正數者正是右行九品與其七品餘分之較也何也與之對減者乃左行適足之數故于較數無關也重列三次皆然

戊行論曰右行内減去左行適足數惟餘九品數則其下盈數必所餘九品之數也　此條遞減歸一其理較明學者覈之

此零整雜列也亦五色方程有空例也有減無併

可悟偶加奇減之非

問有物一百七十四以三人分之乙所分如甲七之三仍不足單六丙所分如乙七之三而多二數各幾何

荅曰甲數一百一十二　乙數四十二　丙數二十

甲數三因七除得四十八多于乙數六
乙數三因七除之得十八少于丙數二

法列位　以甲乙分母七化整為零　丙無分仍用整

和甲七分　正二十一分　乙七分　正二十一分　丙一　正三　共一百七十四　正五百二十二

較甲之三分　正　正二十一分　乙七分　負　負四十九分　○　正六　正四十二

減盡　併得七十分　減餘四百八十

○乙之三分正 丙一負 負二此行無甲數存與減餘重列

此三色有空先以和較雜法用兩行甲互遍乘之

和數甲全分七乘較行得數依其正負以較數甲正三分

乘和行得數從乘法皆命為正 甲各二十一分同減盡

乙與併七十分正丙三無減正下數同減餘四百八

十正皆同名不分正負以和數重列與第三行較數

求之

上

中

下

和減餘　乙七十分（正二百一十分）　丙三（正七十九）　共四百八十（正一千四百四十）
較第三行　乙之三分正（正二百一十分）　丙一負（負七十）　負二（負一百四十）
減盡　併七十九　併一千五百八十

如法互乘減併　乙同減盡　丙異併七十九為法
下數異併一千五百八十為實　法除實得二十
為丙數　丙數同減負二得一十八為乙七之三乃
以三分除之得六為乙七之一以分母七乘之得四
十二為乙數　乙數異加正六共四十八當甲七之
三乃以三分除之得十六為甲七之一以甲分母七

乘之得一百一十二為甲數　此亦零整雜用之法也

若依變零從整法則以分子母倒位列之其正負以分母乘之乃與和數列而求之

論曰倒位何也非倒位也分母遍乘則然也以分母七乘子三而皆七之則為三分者七為三分七是為全全數者三矣而其所當者全數也七之則為全數者七矣是乙以全數當甲七之三者七乘之則七乙當

三甲也故如倒位然皆全數也非分也故非倒位

正負亦分母乘何也乙一當甲七之三而少六則七乙當三甲而共少七个六為四十二也丙一當乙七之三而多二則七丙當三乙而共多七个二為十四也

甲一 正三　乙一 正三　丙一 正三
甲正三　乙負七 負七　○
減盡　併
共一百七十四 正五百二十二
正四十二 正四十二
餘四百八十

○
乙正三 正三十　丙負七 負七十
乙十 正三十　丙三 正九
減盡　併七十九
負十四 負一百四十一
共四百八十 正一千四百四十
併一千五百八十
重列減餘

如法以前兩行遍乘減併又重列之與第三行遍乘減併　乙減盡丙異併七十九為法　下數異併一千五百八十為實　法除實得二十為丙數

七因丙數得一百四十同減負十四餘一百二十六以乙三除之得四十二為乙數

七因乙數得二百九十四異加正四十二共三百三十六以甲三除之得一百一十二為甲數

此變零從整而分母同者也亦有分母不同但取

其本一行中所用之分母遍乘本行以為用不必

齊同如後條

問有數不知總以三人分之亦不知各所分之數但云甲如乙丙共數二之一乙如甲丙三之二丙如甲乙四之三而不足四又四分之一總數分數各幾何

荅曰總數十五　甲五　乙六　丙四

其二之一則五如甲　甲丙共九其三之二則六如

乙　甲乙共十一其四之三則八又四之一以丙相

較不足四又四之一也

法曰此各行分母不同（如甲有三之二又有四之三乙有二之一又有四之三丙有二之一又有三之二皆有兩分母）宜用變零從整之法以不同同之（用分則不同變而用整則不同而同矣）以分母各遍乘其本行而列之

右行分母二　中行三　左行四

右甲正二（中乘正四）　乙負一（中乘負二）　丙負一（中乘負二）　適足

減盡　減餘四　併得六

中甲正二（右乘正四　左乘正六）　乙負三（右乘負六　左乘負九）　丙正二（右乘正四　左乘正六）　適足

減盡　併十五　併十四

左甲正三（中乘正六）　乙正三（中乘正六）　丙負四（中乘負八）　正十七（中乘正三十四）

如法互乘減併以三色較數變為二色而重列之雖減併不同皆仍為較數不變宜詳

右餘乙正四 正六十 丙負六 負九十 減餘三十四 適足

左餘乙正十五 正六十 丙負十四 負五十六 正三十四 正一百三十六

減盡

如法互乘 乙同減盡 丙同減餘負三十四為法 正一百三十六無減就為實 法除實得四為丙數 六乘丙數得二十四以相當適足之四乙除之得六為乙數 以原列右行乙丙各一共十以相當

適足之甲二除之得五為甲數

論曰甲為乙丙二之一則是二甲當一乙一丙也皆二因之也　乙為甲丙三之二則是三乙當二甲二丙也皆三因之也　丙為甲乙四之三而不足四又四之一則是四丙以當三甲三乙而不足十七也皆四因之也甲乙丙各有兩分母若化整為零當以分母相乘為原數母互乘子為所用之分殊多事矣

二因甲得二二因乙丙二之一得乙丙各一

三因乙得三三因甲丙三之二得甲丙各二

四因丙得四四因甲乙四之三得甲乙各三四因正四又四之一得正十七以一丙與甲乙四之三較不足四又四之一若以四丙與四个甲乙四之三較亦不足四个四又四个四之一是為十七

問有數九百六十以四人差等分之乙與甲如二與八丙與乙如三與七丁與丙如四與六各幾何

荅曰甲六百七十二　乙一百六十八　丙七十二

丁四十八

法以共數命為和相當數命為較依和較襍法列之

乙二而甲八是乙得甲八之二故八乙可當二甲也

丙三而乙七是丙得乙七之三故七丙可當三乙也

丁四而丙六是丁得丙六之四故六丁可當四丙也

準此知二八三七四六各

種差分皆可以方程御之

和一甲一正三 乙一正二 丙一正三 丁一正三 共九百六十 正一千九百二十

二甲正三 乙負八 減盡 併得十一 〇 〇 適足

較三〇 乙正三 丙負七 〇 適足 二行無甲存與減餘列之

四〇 〇 丙正四 丁負六 適足

首次兩行如法互乘減併訖重列之取出第三行與之爲耦

和減餘　乙十 正三十　丙二 正六十　丁二 正六十　共一千九百二十 正五千七百六十
較第三行　乙正三 正三十　丙負七 負七十　○　適足
減盡　併得七十六

如法減併訖又重列之 兩次減餘皆和數可見立負之非

又取末行與之爲耦而列之

和減餘　丙七十六 正三百○四　丁六 正二十四　共五千七百六十 正二萬三千○四十
較末行　丙正四 正三百○四　丁負六 負四百五十六　適足
減盡　併得四百八十

如法乘　丙減盡　丁併得四百八十為法　正二萬三千〇四十無減就為實　法除實得四十八為丁數　六因丁數得二百八十八以相當之四丙除之得七十二為丙數　七因丙數得五百〇四以相當之三乙除之得一百六十八為乙數　八因乙數得一千三百四十四以相當之二甲除之得六百七十二為甲數

試以甲併乙共八百四十以八因之得甲數若二因亦

得乙數是乙數甲二八差分也　試以丙併乙共二百四十以七因之得乙數若三因亦得丙數是丙與乙三七差分也　併丙丁共一百二十以六因之得丙數若四因亦得丁數是丁與丙四六差分也

又試以八除甲數得八十四以二除乙數亦得八十四若以八十四除甲數必得八以八十四除乙數必得二也　又試以七除乙數以三除丙數皆得二十四若以二十四除乙數必得七除丙數必得三也　以

六除丙數以四除丁數皆得十二若以十二除丙數必得六除丁數必得四也

問有數七百四十一以四人分之乙于甲為三之二丙于乙為五之三丁于丙為七之五各幾何

荅曰甲三百一十五　乙二百一十　丙一百二十六　丁九十

法曰乙得甲三之二是三乙當二甲也丙得乙五之三是五丙當三乙也丁得丙七之五是七丁當五丙也

故皆命以適足而列之

和孟甲一正二　乙一正二　丙一正二　丁一正二　共七百四十一正一千四百八十二

仲甲正三　減盡　乙負三　併得五　○　○　適足

較叔○　乙正三　丙負五○　適足

季○　○　丙正五丁負七　適足　叔季兩行無甲位數存與減餘列之

先以孟仲兩行如法互乘減併訖列其餘數取出叔行相對

和減餘乙五正十五　丙二正六　丁二正六　共千四百八十二正四千四百四十六

較叔行乙正三正十五　減盡　丙負五負二十五　併三十一　○　適足

如法減併又列其餘與季行相較

和減餘丙三十一 正二百五十五 丁六 正三十 共四千四百四十六 正二萬二千二百三十

減盡

較季行丙正五 正一百五十五 丁負七 負二百一十七 併二百四十七 適足

如法減併 丁二百四十七為法 正二萬二千二百三十為實 法除實得九十為丁數

七因丁數五除之得一百二十六為丙數 五因丙數三除之得二百一十為乙數 三因乙數二除之得三百一十五為甲數

問有數七百四十一以四人分之乙如甲三之二丙如甲五之二丁如甲七之二各幾何

因前問中有疊數故作此問以互明之

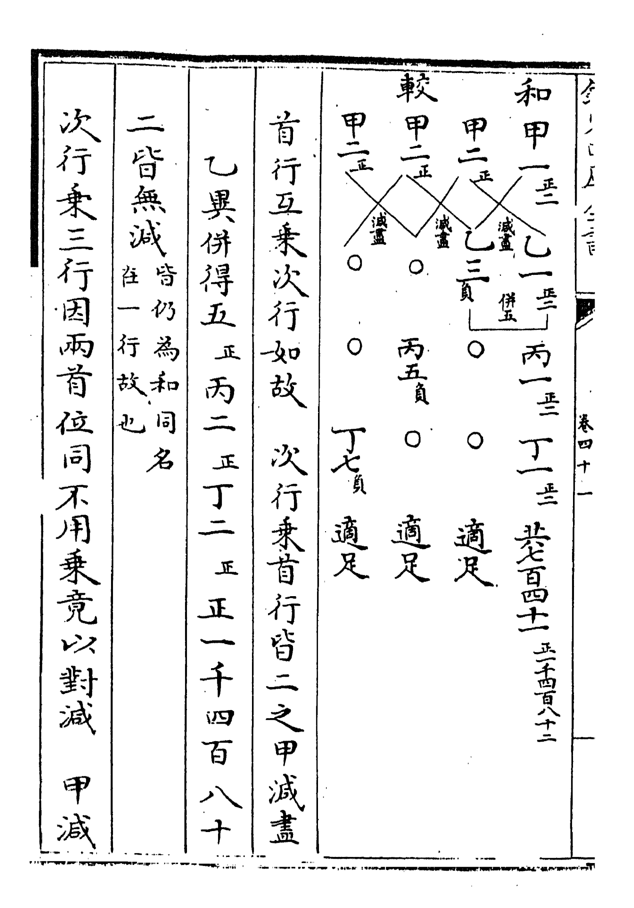
乙三當甲二而丙五又當乙三是丙五亦當甲二也

丙五當甲二而丁七又當丙五是丁七亦當甲二也

又丁七亦當乙三今云兩者以甲為主也

在西法謂之連比例

上　中　下



首行互乘次行如故　次行乘首行皆二之甲減盡

乙異併得五正　丙二正　丁二正　正一千四百八十

二皆無減皆仍為和同名在一行故也

次行乘三行因兩首位同不用乘竟以對減　甲減

盡乙三（次行負也）丙五（三行負也）皆無減命為正負適足（同名在兩行故為較數）

三行末行首位亦同亦徑減　甲減盡　乙空　丙

五（三行負也）丁七（末行負也）皆亦無減命為正負適足（亦同名在兩行）

乃以減餘重列之如三色有空之法

和　乙五（正十五）　丙二（正六）　丁二　共一千四百八十二（正四千四百四十六）

較　乙正三（正十五）　丙負五（負二十五）　○○　適足

（減盡）（併三十一）

較　○　丙正五（正一百五十五）　丁負七（負二百十七）　適足

（併二百四十七）

和　重列減餘　丙三十一（正一百五十五）　丁六（正三十）　共四千四百四十六（正二萬二千二百三十）

如法減併得二百四十七為法二萬二千二百三十為實 法除實得丁數以次求得甲乙丙數皆如前問之數

問有米三百八十五石五斗二升令二等人户以四六差分出之甲上等二十六户乙下等四十户下户出率則如上户六之四

荅曰上户各七百三斗二升 二十六户共一百九十石〇三斗二升 下户各四石八斗八升 四十

戶共一百九十五石二斗

法以和較列位

和 甲廿六戶（正一百〇四） 乙四十戶（正一百六十） 共三百八十五石五斗二升（正一千五百四十二石〇八升）

（減盡） （併三百十六）

較 甲正四戶（正一百〇四） 乙負六戶（負一百五十六） 適足

如法互乘得四 甲同減盡 乙異併三百一十六

戶為法 米一千五百四十二石〇八升無減就為

實 法除實得四石八斗八升為下等戶則例 以

下等六戶乘其則例得二十九石二斗八升以相當

之上等四戶除之得七石三斗二升為上等戶則例

問有米三百一十七石給與四色人戶甲二十戶乙三十戶丙四十戶丁五十戶丁每戶如丙戶七之三丙每戶如乙戶六之四乙每戶如甲戶八之三各幾何

荅曰甲每戶八石四斗　二十戶共一百六十八石

乙每戶二石一斗　三十戶共六十三石

丙每戶一石四斗　四十戶共五十六石

丁每戶六斗　五十戶共三十石

法列位

和甲廿户正二　乙三十户正三　丙四十户正四　丁五十户正五　共三百十七石正三十一石七斗

較甲正二　乙負八（減盡）（併得十一）　○　適足

○　乙正四　丙負六　○　適足

○　○　丙正三　丁負七　適足

兩行無甲故存之為用

首行甲二十户十倍於次行甲正二但以首行甲退一位作二則齊同矣甲退十為單其下各位皆退十為單即如互遍乘而可以對減矣

乃以減併之餘重與第三行列之

和餘數乙十一 正四十四 丙四 正十六 丁五 正二十 共三十一石七斗 正一百二十六石八斗

較原數乙正四 正四十四 減盡 丙負六 負六十六 併八十二 ○ 適足

又以減併之餘重與第四行列之

和餘數丙八十二 正二百四十六 丁二十 正六十 共一百二十六石八斗 正三百八十石○四斗

較原數丙正三 正二百四十六 減盡 丁負七 負五百七十四 併六百三十四 適足

依法求得六百三十四為法 三百八十石○四斗

為實 法除實得六斗為丁戶則例 七因丁則得

四石二斗丙三除之得一石四斗為丙則　六因丙則四除之得二石一斗為乙則　四因乙則得八石四斗為甲則

此條有省算法說見後卷

此上數條皆變零從整法也

有兩數相較而為十之八十之七者即非二八三七差分也有二例見末卷

瓔珞方程例

瓔珞者言其聯綴而垂象瓔珞也謂之疊脚

凡算方程皆以多色遞減至一法一實以先知一色之數然此所先求之一色却原帶有不同之數則法一而實非一故以一總法而除多實非疊脚之法不可也亦有以下為法工為實者則實一而法有多名在合問者之所求而定之詳刊誤條

今有大江南北兩處糧艘載米不同因水程遠近給耗米亦不等但云南船三隻北船兩隻共運米一千九百七十石外給耗米共六百六十八石又南船一隻

北船四隻共運米一千九百九十石外給耗米五百五十六石問各船正耗米數以便稽核

荅曰北船每隻正運米四百石　給耗米一百石共正耗米五百石　每正米一石耗米二斗五升

南船每隻正運米三百九十石　給耗米一百五十六石　共正耗米五百四十六石

每正米一石給耗米四斗

法各列位

右南船三　北二　共正米一千九百七十石　共耗六百六十八石
上
左南船一　得三　北四　得十二　共正米一千九百九十石　共耗五百五十六石
中　減盡　減餘十隻
下　減餘四十石　減餘一千石
得五千九百七十石　得一千六百六十八石

先以左行南船一遍乘右行各得原數

次以右行南船三遍乘左行得數　南船三與右減

盡　北船十二減去右二餘十隻為總法

正運米五千九百七十石減去右一千九百七十石

餘四千石為運米實

耗米一千六百六十八石減去六百六十八石餘一千石為耗米實

以總法除正運米實得四百石為北船每隻運數

以總法除耗米實得一百石為北船每隻耗米數總計正耗得北船每隻米五百石

任于左行總運米一千九百九十石內減北船四隻該運米一千六百石餘三百九十石為南船一隻運數一故不除或于右行運一千九百七十石內減北船二隻運八百石餘一千一百七十石以南船

三隻除之亦得三百九十石

于左行總耗米五百五十六石內減北船四隻該耗四百石餘一百五十六石爲南船一隻運數或于右行耗六百六十八石內減北船二隻耗二百石餘四百六十八石以南船三隻除之亦得一百五十六石總計正耗得南船每隻米五百四十六石

以北船四百石除其耗米一百石得每石給耗米二斗五升以南船三百九十石除其耗米一百五十六石得每石給耗四斗

此問每船米數故以船為法米為實

若問每米一萬石該用幾船則以減餘船十隻用異乘同除以一萬乘得十萬為總船實　以運米減餘四千石為法　法除實得二十五為每運米一萬石用北船之數　于是任以右行北船二隻亦用異乘同除以一萬石乘之二十五船除之得八百石以減共米一千九百七十石餘一千一百七十石又用為法以右行原列南船三乘一萬石得三萬石為實法除

實得二十五隻又三十九分之二十五爲每米一萬石用南船之數

若問耗米給過五千石該得幾船者則亦用異乘同除以五千石乘減餘十隻爲北船實　以減餘耗米一千石爲法除實得五十隻爲每耗米五千石給北船之數　任以右行北船二隻五千石乘之五十隻除之得二百石以減共耗六百六十八石餘四百六十八石又用爲法以原列南船三乘五千石爲實法除實

得三十二隻又三十九分之二為每耗米五千石給南船之數

假如有南運艘二隻以比北三隻則南船運米不及北四百二十石具南船帶耗米反多于北一十二石若以南船三當北船五則南船運米不及北八百三十石其耗米亦不及北三十二石問各幾何

法以正負列位

上 中 下

南正二 正六
北負三 負九
負運米四百二十石 負一千二百六十石
正帶耗十二石 正三十六石

上 減益 中 餘隻 下 餘四百石 併得一百石

南正三 正六
北負五 負十
負運米八百三十石 負一千六百六十石
正帶耗三十二石 負六十四石

如法乘減餘北船一隻為總法運米同減餘四百石為運米實即為北船每隻運數總法一故不除下同耗米異併得一百石為耗米實即為北船每隻耗數

任以右行北船三乘其運數得一千二百石同減負四百二十石餘七百八十石以南船二除之得三百

九十石為南船運數

以右行北船三乘其耗數得三百石異加正十二石

共三百一十二石以南船二除之得一百五十六石

為南船耗數

若問每米一萬石須幾船運者則以減餘北船一以一

萬石乘之為船實　以減餘四百石為運米法法除

實得二十五隻為北船每運一萬石之數　又以一

萬石任乘右行北船三以二十五隻除之得一千二

百石同減負四百二十石餘七百八十石又為法以一萬石乘南船二為實法除實得二十五隻又三十九分船之二十五為南船每運一萬石之數

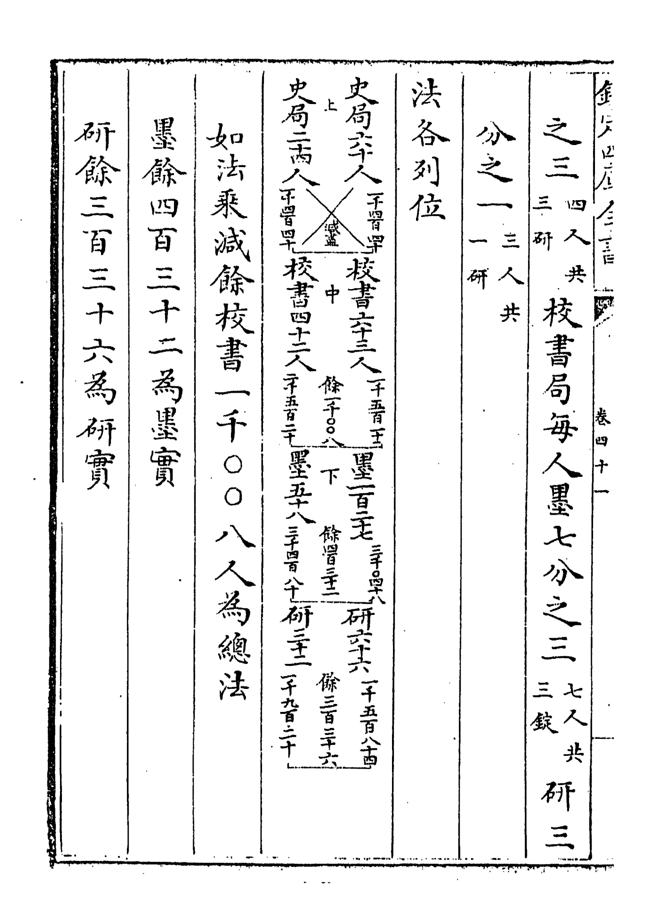
若問耗米五千石該給幾船者則亦以五千石乘減餘北船一隻為船實　以減餘一百石為耗米法法除實得五十隻為北船耗米五千石之船數　又以五千石乘石行北船三以五十隻除之得三百石異加正十二石共三百一十二石又為法以五千石乘南

船二爲實實如法而一得三十二隻又三十九分船之二爲南船耗米五千石之船數

此因耗米與正運不同故也若耗米亦以一萬石爲問則北船之實皆同

今有墨一百二十七錠硏六十六枚給與修史局六十人校書局六十三人又有墨五十八錠硏三十二枚給與修史局二十四人校書局四十二人問各幾何

畣曰史局每人墨一錠又六分之四（六人十錠也）硏四分



之三（四人共三研）校書局每人墨七分之三（七人共三錠）研三分之一（三人共一研）

法各列位

	史局六十人（一千四百四十）	校書六十三人（一千五百一十二）	墨一百二十七（三千〇四十八）	研六十六（一千五百八十四）
	上 減盡	中 餘一千〇〇八	下 餘四百三十二	餘三百三十六
	史局二十四人（一千四百四十）	校書四十二人（二千五百二十）	墨五十八（三千四百八十）	研三十二（一千九百二十）

如法乘減餘校書一千〇〇八人為總法

墨餘四百三十二為墨實

研餘三百三十六為研實

以總法除墨實得七分之三為校書局給墨數七人得墨三錠

就以七人除右行校書六十三人以墨三錠乘之得二十七錠以減總給一百二十七錠餘一百錠

以史局六十人除之得一錠又六分之四六人得四錠并整數為六十錠

為史局給墨數

又以總法除研實得三分之一為校書局給研數三人共一

就以三除校書六十三人得二十一研以減總給研六十六餘四十五研以史局六十人除之得四

分之三四人三研為史局給研數

問修艌船隻内有舊船二隻新船一隻共用桐油二百六十斤麻一百三十斤釘十七斤石灰二百一十斤計工兩月有半又舊船一隻新船三隻共用桐油二百八十斤麻一百四十斤釘十六斤灰二百三十斤工兩月有半其新舊船各幾何

荅曰每新船一隻　用桐油六十斤　麻三十斤

釘三斤　灰五十斤　每工一月修兩隻

每舊船一隻　用桐油一百斤　麻五十斤　釘七斤　灰八十斤　每工一月修一隻

法各列位

右行		左行
舊船二	上　減盡	舊船一　得二
新一	中　餘五	新二　得六
油二百六十	下　餘三百	油二百八十　五百六十
麻一百三十	餘一百五十	麻一百四十　二百八十
釘十七	餘十五	釘十六　三十二
灰二百一十	餘二百五十	灰二百三十　四百六十
工兩月半	餘兩月半	工兩月半　五月

先以左舊船一遍乘右行如故

次以右舊船二遍乘左行得數　乃相減　上位舊船對減盡中位新船減餘五為總法

下位油相減餘三百斤爲新船油實以總法除之得六十斤爲新船油數

麻相減餘一百五十斤爲新船麻實以總法除之得三十斤爲新船麻數

釘相減餘一十五斤爲新船釘實以總法除之得三斤爲新船釘數

灰相減餘二百五十斤爲新船灰實以總法除之得五十斤爲新船灰數

任以左行新船三隻乘其油數得一百八十斤以減總油二百八十斤餘一百斤爲舊船一隻油數

以新船三隻乘其麻數得九十斤以減總麻一百四十斤餘五十斤爲舊船一隻麻數

以新船三隻乘其釘數得九斤以減總釘一十六斤餘七斤為舊船一隻釘數

以新船三隻乘灰數得一百五十斤以減總灰二百三十斤餘八十斤為舊船一隻灰數

此為以船求油麻等故以船為法以麻油等為實

乃以減餘新船五隻為總實

以減餘工兩月半為法　法除實得二隻為每工一月修新船之數就以二隻除左行新船三隻得一月

有半以減總工兩月半餘一月以除舊船一隻如故得每工一月修舊船一隻

此以工求船故以工為法船為實與前相反

重審方程例

凡算方程皆以有總數無各數故遞減以求之然有并其總數亦隱者此當用兩次求之故曰重審

假如品官祿米不知數但云甲支三品俸四个月又帶支四品俸五个月乙支三品俸六个月又帶支四品

俸五个月亦不知甲乙各得數但云以甲十三分之一益乙則三百五十石若以乙十一分之三益甲亦三百五十石問兩品禄米各幾何

荅曰三品每月俸三十五石

四品每月俸二十四石

法曰此當先求出甲乙兩家支過禄米再求各品月俸謂之重審先以帶分法列位

上

中

下

甲十三分　乙之三分　共三百五十石

餘一百四十分　餘四千二百石

甲之一分　乙十一分　共三百五十石

得十三分　減盡　一百四十三分　四千五百五十石

左甲之一分遍乘右行如故

右甲之十三分遍乘左行得數

甲減盡　乙減餘一百四十分為法　餘俸四千二百石為實　法除實得三十石為乙之一分　以乙分母十一乘其一分得三百三十石為乙支過米數

以乙支過米數減總三百五十石餘二十石為甲之

一分　以甲分母十三乘其一分得二百六十石為

甲支過米數

既得兩家支過米數乃重列之以求品俸

甲三品四月　二十四月　四品五月　二十月
乙三品六月　二十四月　四品五月　二十月
減盡　餘十月
共支二百六十石　一千五百六十石
共支三百三十石　一千三百二十石
餘二百四十石

如法左右乘減　餘四品十月為法　餘俸米二百

四十石為實　法除實得二十四石為四品每月俸

以四品五月計一百二十石減甲支二百六十石

餘一百四十石以甲支三品四月除之得三十五石為三品每月俸

假如品官支俸本折兼支不知數但云甲支一品俸四个月又帶支二品俸五个月乙支一品俸六个月又帶支二品俸十个月亦不知甲乙支過數但云取乙本色三分之一以益甲共五百六十六石若取甲本色三分之二以益乙則八百六十五石　取乙折色五分之二以益甲共四百九十八石若取甲四分之

一以益乙則五百七十九石問各幾何

畣曰一品月俸八十七石

内實支本色一半四十三石五斗　折色鈔一

半數同二品月俸六十一石

内實支本色六分三十六石六斗　折鈔四分

二十四石四斗

法當重審　先求本色依帶分法列位

上

中

下

甲三分　六分　乙之一分　二分
甲之二分　六分　乙三分　九分
減盡　餘七分

共本色五百六十六石　一千一百三十二石
餘一千四百六十三石
共本色八百六十五石　二千五百九十五石

如法乘減　餘乙之七分為法　餘本色一千四百六十三石為實實如法而一得二百〇九石為乙本色之一分以減右行共本色五百六十六石餘三百五十七石為甲支過本色數　又以乙分母三乘其一分得六百二十七石為乙支過本色數

計開

甲支過本色三百五十七石內一品俸四个月二品俸五个月

乙支過本色六百二十七石內一品俸六个月二品俸十个月

次求折色　亦依帶分列位

甲四分　　乙之二分
甲之一分　四分　　乙五分　二十分
減盡
餘十八分

共折色四百九十八石　餘一千八百一十八石
共折色五百七十九石　二千三百一十六石

如法左右乘減　乙餘十八分為法　餘折色一千八百一十八石為實　法除實得一百〇一石為乙折色之一分以乙分母五乘之得五百〇五石為乙

支過折色數　以乙之二分乘其一分得二百〇二石以減共折色四百九十八石餘二百九十六石為甲支過折色數

計開

甲支過折色二百九十六石 内亦一品俸四個月二品俸五個月

乙支過折色五百〇五石 内亦一品俸六個月二品俸十個月

既得甲乙兩家支過本折然後乃求各品月俸

依疊脚法列其所得本折而重測之

甲一品四月　二十四月　二品五月　三十月
上
盪　中　餘十月
乙一品六月　二十四月　二品十月　四十月

共本色三百五十七石　三千一百四十二石
下　餘三百六十六石
共本色六百二十七石　二千五百〇八石

折二百九十六石　一千七百二十六石
餘二百四十二石
折五百〇五石　二千〇二十石

如法遍乘得數　上位一品減盡　中位二品餘十個月為總法　下位本色餘三百六十六石為本色實

折色餘二百四十四石為折色實

乃以總法除本色實得三十六石六斗為二品每月俸

本色數　以乙二品十个月計三百六十六石減乙共本色六百二十七石餘二百六十一石以乙一品六个月除之得四十三石五斗為一品月俸本色又以總法除折色實得二十四石四斗為二品月俸折色　以乙二品十个月計二百四十四石減乙共折色五百〇五石餘二百六十一石以乙一品六个月除之亦得四十三石五斗為一品月俸折色其右行亦可互求則先得甲數也

于是以一品本色折色併之得每月俸八十七石本折各半

夫

以二品本折併之得每月俸六十一石四六支本色六分折色四

分

歷算全書卷四十一

欽定四庫全書

子部

曆算全書卷四十三

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣焦和生

繪圖監生臣劉秉仁

欽定四庫全書

歴算全書卷四十二

宣城梅文鼎撰

方程論卷三

致用

筭之用惟捷其説惟詳詳説之斯能捷用省筭列位諸法由是以生也故致用次之

致用有二一者省筭一者列位例襍見諸卷中故不具列而備論其理

省算法亦有二一者行有空則省算一者數偶同則省乘

凡方程之法去繁就簡同者去之異者存之歸于一法一實而已矣故三色以上有空位則可徑求

若三色方程無空位者必須乘減得數變爲二色以求之此常法也若內有一行中空一位則以所空之位列于首而先以其餘兩行不空者如法乘減得數即重列之與原有空位者相對如二色方程也以兩行無空者

相乘對減則減去一色惟餘二色其有空者原只二色故可相對如二色也則省一算原法乘減三次今只兩次故曰省一算

凡三色方程不論一行有空或兩行各有空或三行各有空皆只省一算何也其各行中雖有空位而不相對故也何以知其不相對若兩行有空而又相對則徑可以二色算之矣即不成三色方程三色有空例稍見前卷

凡四色五色以至多色有幾行空位者如上省算徑求

最為簡捷若中行無空則必如法乘減以五色變四色四色變三色三色又變二色漸次求之不可徑求而省算也今諸書所載皆其各位之有空者耳非通法也而欲以此盡方程可乎

凡四色方程有乘減六次者常也　若有一位空則省一算　一行中空兩位或兩行各空一位而相對則省二算　若一行空兩位又一行空一位則省三算止矣　或有四行中各空一位而不相對亦只省一

算而已何也惟首位空乃能省算若首位不空而空在下數位則乘減之後自然補實不能省矣　亦有兩行各空兩位而只省二算者亦以空位相左乘後補實耳故雖四行中各空兩位亦只省三算也

假如四色中有一行空兩位則將此無空之三行如法乘減變為兩行入將此兩行如法乘併變為一行此減餘一行却有二位恰與空兩位之行相對矣便以重列如二色方程取之此最方程中要法而諸書未

及也故詳論之

若四色方程有兩行各空一位而又相對則將其無空之兩行如法互乘而減去此不空之位變為一行與空位之兩行同列如三色法而之尤為易見

其四色各行空兩位而省三算即今諸書中所載是也可無更贅然但欲知其為省算方程而非常法耳

其四色無空乘減六次者竟無其式故誤以省算為常然既明其理亦不必一一為式矣

凡五色方程無空則有乘減十次者常法也（五色變四色則有四算四色又變三色則有三算三色又變二色則有二算二色又一算乃得法實合之為十算）故五色而為四圖者亦常法也（原列一圖以減餘重列為四色而三色而二色又各一圖合之為四圖）

若有空一位則省一算　或空兩位而省二算（須兩位空在一行或兩行俱空首位乃可）　空三位而省三算（須空在一行或三行同空首位或一行首位空一行首次兩空則可）　空四位而省四算（須一行空三位而一行又空一位恰與空三位者同或二行俱空首位而一行又空首次兩位乃可或兩行俱空首次亦可）　空

五位而省五算〔須兩行空首位而一行空首次三位或兩行空首次而一行空首位或一行空首次而一行空首次三之位乃可〕空六位而省六算〔須一行空首位一行空首次一行空首次三行位乃可〕

省至六算止矣六算以上雖多空位無關省算也

今諸書有載五色方程者皆其各行空三位者耳總計之有空十五位而其為法亦必用四算然後得數則所省者亦只六算而竟不知其為省算之法則習而不察也

假如五色方程内只有行空三位法當以有空之三色列于上而先以其無空之四行如法乘減變為四色者三行又以乘減變為三色者二行又以乘減變為二色者一行則恰與空位之行相對矣再乘減一次得所求矣故曰省三算也變四色時省一算變三色時省一算變二色時省一算共省三算

假如五色方程内有兩行各空二位而相對法當以有空之二色列于首次而先以其無空之三行如法乘

減變為四色者二行又以乘減變為三色者一行則恰與空位之兩行相對矣于是以三色法取之得所求矣故曰省四算也變四色時省二算變三色時亦省二算

假如五色方程內有兩行空首位又一行空首次三之三位法當以無空之兩行如法乘減變為四色者一行則恰與空首位之兩行相對矣　乃以原數兩行減餘一行相並列之用相乘減變為三色者兩行又相乘減變為二色者一行則又恰與空三位者相對

矣　乃以原空三位者與減餘列而求之即得之矣故曰省五算也變四色時省三算變三色與二色又各省一算

若五色方程内有兩行各空三位者即如一行空兩位一行空三位也法以無空之三行先用乘減變為四色者兩行又以乘減變為三色者一行則恰與空首位次位者對矣取出原空兩位者與減餘列而求之變為二色者一行又恰與空三位者相對矣又取出與減餘列而求之即得所問故亦省五算也變四色三色時

各省二算變二色時又省一算共五其兩行雖各空三位而不相對故也若各空三位而相對即成二色方程矣

若五色方程各行俱有空位不等要之省六算止矣省六算者必一行空首位而省一算一行空首次而省二算一行空首次三之位而省三算其餘空位必不相對不能省算與無空同也

其法先以不空之兩行乘減得數變為四色與空首位者相對又乘減變為三色與空首次者相對又乘

減變為二色與空三位者相對再乘減即得所求

諸列不能悉具智者反隅可也

論曰常與變相待而成告方方程省算而特詳其不省之算者欲窮其變先得其常也

以上所論雖止五色引而伸之若六色七色八色九色乃至多色其理一也

以常言之　二色者一算　三色者三算　四色者六算　五色者十算　六色者十五算　七色者二

十一算　八色者二十八算　九色者三十六算
十色者四十五算　十一色五十五算　十二色者
六十六算
以空位言之　三色者有省一算　四色者有省一
算至三算　五色者有省至六算　六色者有省至
十算　七色者省十五算　八色有省二十一算
九色有省二十八算　十色有省三十六算　十一
色有省四十五算　十二色有省五十五算

以省算所用而言之　三色者有只用二算　四色者有只用三算　五色有只用四算　六色有只五算　七色有只六算　八色有只七算　九色有只八算　十色有只用九算　十一色有只十算　十二色有只十一算

總而言之　二色則只一算　三色則有二算或三算　四色則有三算以至六算　五色則有四算以至十算　六色則有五算至十五算　七色則自

六算至二十一算　八算則自七算至二十八算
九色則自八算至三十六算　十色則自九算至四
十五算　十一色自十算至五十五算　十二色則
自十一算至六十六算
擴而充之猶舉一隅耳然其法不外于和較與和較之
糅與變愚故不欲以四色五色等分為之目也　必
如此則方程之法乃為通法若諸書所列四色者必
各行空二位五色必各空三位非通法也方程者所

以御襍糅正負也而必遇空相等乃可用算是法有所不及而窮于問也豈古人立法之意哉

此以上論空位省算省算者乘減併俱省之也非若省乘者但省互乘而不省減乘

凡方程互遍乘者取其首位齊同耳故乘減一次則少一色以首位之齊同必減而盡也然亦有其首位之數偶爾相同者法當徑以對減而省其互乘此雖省其乘而不省其減併故與前論省算同而微異也

假如和數方程首位同則徑減矣　若較數者又須論其正負之名　同數矣而又同名徑對減矣　同數而不同名則更其一行之正負以相較而後減併焉此要訣也不則首位雖減去而其下之同異淆則加減皆誤矣

若和較襍者首位之數同亦必以較數首位之名名其和數之一行而後減併之但省其互乘可也

以上論同數省乘

亦有首位數雖不同而可以分數相命者則以其分數改其一行之數以從一行則首位齊同而可以對減省其互乘焉可矣

若較數或和較襍皆如前法齊同其首位之名斯減併無誤耳較數首位同名則仍之異名者改一行以相從和較襍者以較首位之名名其和數之一行

假如兩首位為五與十是倍數也則半之蓋五與十互乘各得五十而其下諸數從之而溢矣今但以首位

十半之為五而其下諸數皆半之以相减併則五之之行可無乘而數亦簡明殊散人懐也

若兩首位為二十與二是十之一也則以退位之法乘之使二十之一行皆為十之一　若為八為四亦倍數也　若為八與二是四之一也四除其八之行則得矣　若九與三則三之一也以三除九則亦三而其一行皆三除之則可減併矣然三除多有不盡不如只以三因其三之行也　若為五與三則六因其

五之行而退位　五與二則四因退位　五與四則八因退位皆同　若六十四與八則八之一也八除其六十四之行猶互乘也　若此類者不可枚舉得其意者酌而用之可也尤要在首位之必同名亦有不可强齊者如七與二九與四之類只用互乘為無弊也省乘者為省事而設也强齊之反多事矣

此以上論分數省乘

此外又有不拘首位者但數同則徑以對減施之二色

為宜葢二色方程只須減去一色其所餘即一法一實矣然亦須同名方可減去若異名者改而齊之可也

假如較數方程其中一色同名而又同數徑減去矣若但同數而不同名則更其一行之正負乃減去之

假如和較雜其中一色同數則以之為主使和數一行皆與此一色同名乃減去之

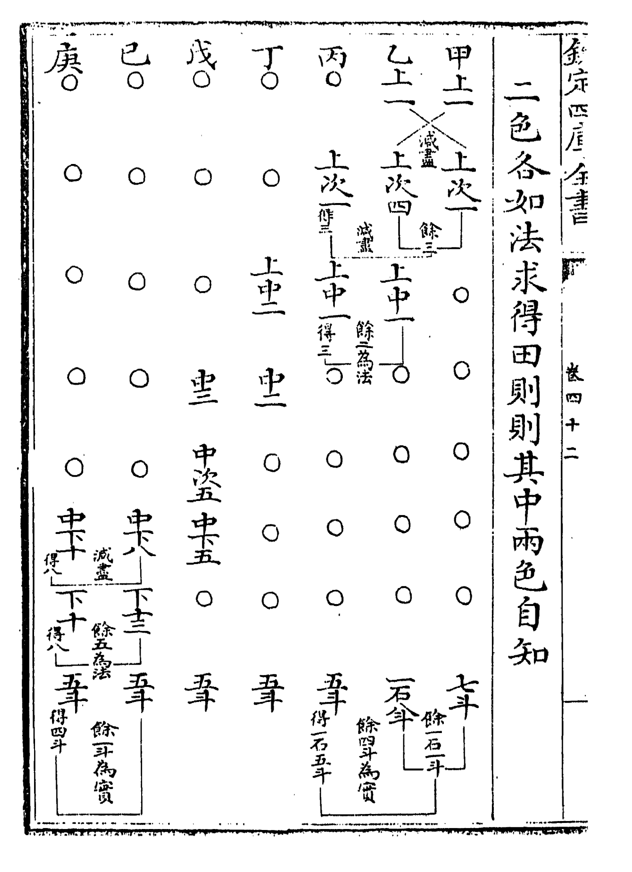
若和較則不須爾但同數者即減去之此二色捷法

合此三者省算之理備矣

問田糧七則起科甲有上田一畝上次田一畝輸糧七斗乙有上田一畝上次四畝上中一畝糧一石八斗丙有上次上中中田各一畝糧五斗丁有上中田中田各二畝糧五斗戊有中田三畝中次五畝中下五畝己有中下八畝下田十三畝庚有中下田下田各十畝皆糧五斗問各則若何

法曰此方程斷續法也以甲乙丙借作三色己庚借作

二色各如法求得田則則其中兩色自知



先以甲乙兩行徧互乘減去上田　餘上次田三畝
上中田一畝　糧一石一斗　用與丙行乘減　上
次田減盡　餘上中田二畝為法　糧四斗為實
法除實得二斗為上中田則例
就以上中田則減丙糧五斗餘三斗為上次田則例
以上次田則減甲糧七斗餘四斗為上田則例　以上三色
法也
又以上中田則例乘丁田二畝得四斗以減丁糧五

斗餘一斗以二畝除之得五升為中田則例

又以戊中田三畝乘其則例得一斗五升以減戊糧五斗餘三斗五升為戊田中次中下各五畝之共數

因此處斷而不屬故又先求末兩行

再以二色法用已庚兩行如法遍乘減去中下田餘下田五畝為法糧一斗為實法除實得二升為下田則例以八因庚行兩退位省乘法也

以庚下田十畝乘其則例得二斗以減庚糧五斗餘

三斗以中下田十畝除之得三升爲中下田則例

以上二色法也

乃以戊中下田五畝乘其則例得一斗五升以減戊中下中次共三斗五升餘二斗以戊中次五畝除之得四升爲中次田則例

計開　上田每畝糧四斗　上次田每畝糧三斗

上中田每畝糧二斗　中田每畝糧五升

中次田每畝糧四升　中下田每畝糧三升

下田每畝糧二升

論曰此雖七色因行中斷續即非七色借三色二色之法知其首尾兩中行亦見焉所省良多然非省乘其勢則然也以其疑于省算也故附之其末

又有數偶相同不論三色四色但一減之後即得一法一實者非省算也然亦省算之類故亦附錄一條以見其例

假如緞紗綃不知價但云以緞一匹紗五匹易綃九匹

餘價二兩六錢又以緞二疋綃八疋易紗四疋餘價六兩八錢又以緞三疋易紗六疋綃七疋少價一兩二錢

荅曰緞每疋價銀三兩　紗每疋一兩　綃每疋六錢

法列位

緞正一　正二
減盡
紗正五　正十
併十四
絹負九　負十八
併廿六
正二兩六錢　正五兩二錢
餘一兩六錢

緞正二　正三
減盡
紗負四　負六
減盡
絹正八　三　正廿一
併九
正六兩八錢　正十兩〇二錢
併十一兩四錢

緞正三
紗負六
絹負七
負一兩二錢

乃以減餘重列

紗正十四　絹負廿六　負一兩六錢

○　絹十九　共十一兩四錢　紗空不用乘

因中左紗減盡只餘一色即以絹十九為法　除十

一兩四錢得絹價每匹六錢　以絹餘二十六匹乘

價得十五兩六錢同減負一兩六錢餘十四兩紗價

也以紗餘十四匹除之得紗價每匹一兩用中右減餘得之

以原左行紗六匹價六兩絹七匹價四兩二錢共價十兩

二錢同減負一兩二錢餘九兩緞三疋價也三除之得緞價每疋三兩

論曰此方程之變例也一減之後即得其數　若多色方程除首位外有減盡者先雖無空而減餘重列即成有空方程矣例見本卷齊單列陳條

若三色俱減盡則不能成算　或三色方程中左三色俱減盡中右只減一色則所餘者二色而無相較乘減無因不能別其二色亦不能成算也

假有問水銀三斤硃砂二斤共價四兩四錢又水銀九斤硃砂六斤共價十三兩二錢問各價若干

荅曰此不可以方程算何也彼雖兩宗而其後一宗之物價皆三倍于先一宗互乘之後必須減盡故也

凡左行之物俱倍于右行或俱半俱四之一等互乘之後得數齊同不能分核具如前論方程立法正以諸物襍糅多寡錯居同異參伍而得其端倪也

又或三色方程而問只二宗則減餘仍有二色不能分

别故問三色必有三宗問四色必有四宗五色六色以上悉同何也方乘立法乘減一次始能分去一色若少一行則少一次乘減而不能得其一法一實矣故行中可有空位而不可有空行

行中有空者分一行言之也若總列為圖則位皆無空

凡此皆治方程者所當知

知其有不可算斯無疑于算知其有必不可省斯善為省矣

列位之法亦有二

一者更其上下之位以互求也　或爲省算之計

凡方程立法務須首位齊同以便減去故每遍乘一次

則減去一色遞減之則一法一實矣今行中有空則

是不待遍乘而其一色已先減去也故取而列之于

上位則能省算不則上位不空而下反空則對位無

減補成不空而不能省算矣

其法于列位時覆視之有横列中空位多者取作首位

首位空一行則省一算矣

若首位原有空位而欲更定次位者不必改列但于重列減餘時檢點更定之可也

又横列中有數偶相同或可以分相命者取作首位亦省遍乘或横列中有單一數多者取作首位省乘單一數則不須乘故也

以上論上下之位

一者更其前後之行也

凡首位多空而其不空者隔遠則更而聨之使乘減也

其各行空位不等者不必更列但以與減餘相對者取出對列而乘減之例見前諸卷

若各行首位有可以分相命或數偶相同而為他行所隔亦可更置使之相接

又多色方程有各行中對位總空者取出另列而先乘其他行之不空者乃于重列之時漸次添入可免細書蹹蹐例見後卷

以上論前後之行

法曰凡多色方程先任意列位竟乃覆視之若首位有空而下則無之此不必更置也或首位多空而下則少亦不必更置也

惟首位不空而下反有或首位空少而下反多則更而置之故上下可以互居前後亦可易位或云以末行為主者非也

問古今歴術屢更其所用曰法無一同者如以漢太初

歷日法十有一外加四十九則如殷歷日法也若以太初日法二殷歷日法三再加五十八則如唐大衍歷日法也若太初日法十有四大衍日法二相並以比宋紀元歷日法仍少七十六若太初日法九十倍之即紀元日法其各數若干

法以正負列位

甲太初十一正　殷七一負　○　○　負四十九

乙太初二正　殷六三正　大衍一負　○　負五十八

丙太初十四正　○　大衍二正　紀元一負　負七十六

丁太初九十正　○　○　紀元一負　適足

如右圖太初歷橫列皆滿須用徧乘對減者三而後能減去太初之一色其餘雖多空位自然有無減之對位相補不能省算

如法改列

以最多不空之太初列下爲第四位則殷歷居上而成有空位之方程矣

甲　般歷一正（得正三）　○　○　太初十一負（得負三十三）　正四十九（得正一百四十七）

乙　般歷三正（減盡）　大衍一負　○　太初二正（併三十五）　負五十八（併二百〇五）

丙　○　大衍二正　紀元一負　太初十四正　負七十六

丁　○　○　紀元一負　太初二十四正　適足（兩位首一色空存之）

先如法以甲乙兩行互乘減併般歷各正十五對減盡大衍負一無減太初異併負三十五下數異併正二百〇五（因異併故併從甲行之名而大衍在乙行與下數同名亦改負為正）

乃重列之（取出丙行與減餘相對）

減餘　大衍正一（得正二）　紀元〇（減盡）（無減）　太初負三十五（得負七十）　正二百〇五（得正四百十）

丙行　大衍正二　紀元負一　太初正一十四（併得正八十四）　負七十六（併得負四百八十六）

如法互乘減併　大衍各正二對減盡　紀元負一無減　太初與併得正八十四下數異併得負四百八十六

又重列之以減餘與丁行相對

減餘　紀元負一　太初正八十四　負四百八十六

丁行　紀元負一（減盡）　太初正九十（減餘六）　適足

首位同名同數省互乘　紀元各負一對減盡　太初同減餘六為法　負四百八十六無減為實法除實得八十一分為太初日法　以丁行太初九十乘其日法(八十一分)得七千二百九十分為紀元日法　以甲行太初十一乘其日法(八十一分)得八百九十一與加負四十九得九百四十分為殷歷日法　以乙行殷歷三乘日法(九百四十)得二千八百二十又太初二乘日法得(一百六十二)又與加負(五十八)共得三千〇四十分為大

衍日法

計開

殷歴日法　九百四十分

漢太初歴日法　八十一分

唐大衍歴日法　三千〇四十分

宋紀元歴日法　七千二百九十分

又按列位之法原與省乘省算之法相生故共為一卷合觀之可也今以六色無空者為例如後

問齊軍千乘其陳有先驅申驅為前軍有啟與胠為兩翼有戎車貳廣為中軍有大殿為後軍各不知數但以前軍居餘陳七之三合兩翼二廣與殿多餘陳四十乘合前軍兩翼與中後較則多二十乘前軍合殿與翼中軍較則少二十乘先驅大殿居與陳二之一而少五乘各若干

荅曰前軍共三乘

内先驅一百四十乘

申驅一百六十乘

兩翼共二百一十乘

内啟與胠各一百〇五乘

中軍共三百乘

内戎車一百八十乘帥

貳廣一百二十乘副

後軍一百九十乘是為大殿

法以和較䄙列位

有七之三二之一依變零為整以分母各乘而後列之

較　和

先七正	先一正	先一正	先一正	先二正	先正三
申七正	申一正	申一正	申一正	申一負	申正三
翼三負 餘四	翼一負 負七	翼一正 併得二	翼一負 併得二	翼一負 負二 餘一	翼一正三 併得三
戊三負	戊一正 正七 併得一	戊一負 併得二	戊一負 減盡	戊一負 負二 餘一	戊一正三 併得三
貳三負 餘四	貳一負 負七 減盡	貳一負 減盡	貳一負 負二 餘一	貳一負	貳一正三 併得三
殿三負 餘四	殿一負 負七 減盡	殿一負 併得二	殿一正 二正 減盡	殿二正	殿一正二 減盡
適足	負四十乘 負二百八十乘 無減	正二十乘 併得六十乘	負二十乘 負四十乘 併得四十乘	負十乘 餘三十乘	共六十乘 正二十乘 併得二千〇十乘

如法互乘減併變為五色有空而重列之

空者偶也若不空亦儼然變為五色矣

○ 翼正四 戎負十 貳正四 殿正四 正二百八十乘

○ 翼正二 戎負二 ○ ○ 正六十乘

○ 翼正二 ○ ○ 殿負二 正四十乘

此五色省三算法因三行皆空首位故也若以翼列于首位即同無空

較 申正三 翼負一 戎負一 貳負一 ○ 負二十乘

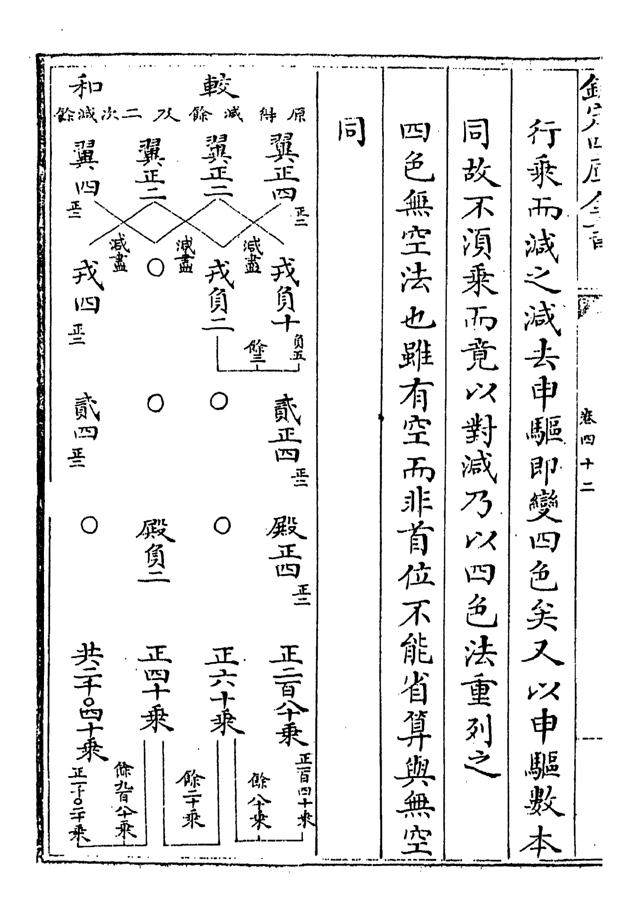
和 申三正 翼三正 戎三正 貳正三 ○ 共二千〇二十乘正

（減盡）（併得四）（併得四）（併得四）（併得二千〇四十乘）

前三行減餘首位申驅皆空故不須乘減但以末二

行乘而減之減去申驅即變四色矣又以申驅數本同故不須乘而竟以對減乃以四色法重列之

四色無空法也雖有空而非首位不能省算與無空同



因首末兩行之翼數皆倍于中兩行故省互乘但以首末兩行皆半之使其翼數齊同乃原數對減而變為三色又重列之

較第三 戎正三　貳負二　殿負二　負八十乘
較次減 戎正三　（三）　殿負二　負二十乘
和餘 戎二正　貳二正　殿二正　共九百八十乘正

減盡　○　減盡
餘一（負二）　併得四
餘五十乘（負三十乘）　併得一千乘

因次行末行戎車同但首行多于次行二之一故省互乘但以次行二分加一與首行對減其次行與末

行竟以原數對減變為二色而重列之

較 四次 貳正二　殿負一　正五十乘

和 減餘 貳二正　殿四正　共一千乘正

減盡

併得五

餘九百五十乘

貳廣同故省互乘竟以對減盡　大殿異名併得五為法　車同名減餘九百五十乘為實　法除實得一百九十乘為大殿車數　以大殿車數異加正五十乘共二百四十乘　以貳廣二除之得一百二十乘為二廣車數用末次右行數　二乘大殿車數同減負二十

乘戎車二除之得一百八十乘為戎車公卒數用第四次三色中行數也二乘戎車與加正六十乘兩翼二除之得二百一十乘為兩翼共數用第三次所列四色之次行又半之即啟與胠數合計兩翼二百一十戎車一百八十貳廣一百二十共數五百一十同減負三十乘餘四百八十以申驅三除之得一百六十乘為申驅數用第二次所列五色之第四行合計申驅一百六十兩翼二百一十戎車一百八十貳廣一百二十共六百七十同減負十乘餘六百六十又減去大殿二計三百八十餘二百八十以先驅二

除之得一百四十乘為先驅之數用原列六色之第五行數

試細攷之合計兩翼二百一十戎路一百八十貳廣一百二十大殿一百九十共七百乘合計先驅一百四十申驅一百六十共三百乘三七差分也故曰前軍為餘陣七之三

合計兩翼二百一十貳廣一百二十大殿一百九十共五百二十乘

其餘前軍共三百戎路一百八十共四百八十乘故曰翼廣殿多餘陣四十乘

合計前軍共三百兩翼二百一十共五百一十乘以較中軍

共三百後殿一百九十共四百九十乘則多二十乘故正二十乘與前軍翼同名

合計前軍三百大殿一百九十共四百九十乘以較兩翼二百一十中軍三百共五百一十乘則少二十乘故負二十乘與前軍殿異名合計先驅一百四十後殿一百九十共三百三十乘又合計申驅一百六十中軍三百兩翼二百一十共六百七十乘其二之一為三百三十五乘故曰先驅大殿居餘陣二之一而少五乘以全當其半而少五乘則以倍當其全而少十乘矣此與

第一行皆變零為整詳見帶分條總計之則千乘矣故以和數參焉

論曰此一例中能兼數法皆省算之捷訣也

其第二圖五色變四色當有互乘減併者四次今以申驅空位省其三次此空位徑求省算之法也

其申驅偶爾數同徑以對減與第五圖二色之貳廣數同徑以對減皆省乘定法也但皆和較之襍故雖不乘必以較行首位之正負補于和數之行不然則減併誤矣此要訣也

其第三圖四色之首位偶有倍數故半其倍者以相

從此亦省乘法也

其第四圖三色之首位為三與二故加二為三是二

加一也故其下皆二分加一則如遍乘矣然亦首位

正負偶同也若不同者須更其一行以同之首位雖

同數又必同名然後可減而去之尤省乘之要訣

又論曰方程無空者常法也如第一圖六色是也若不

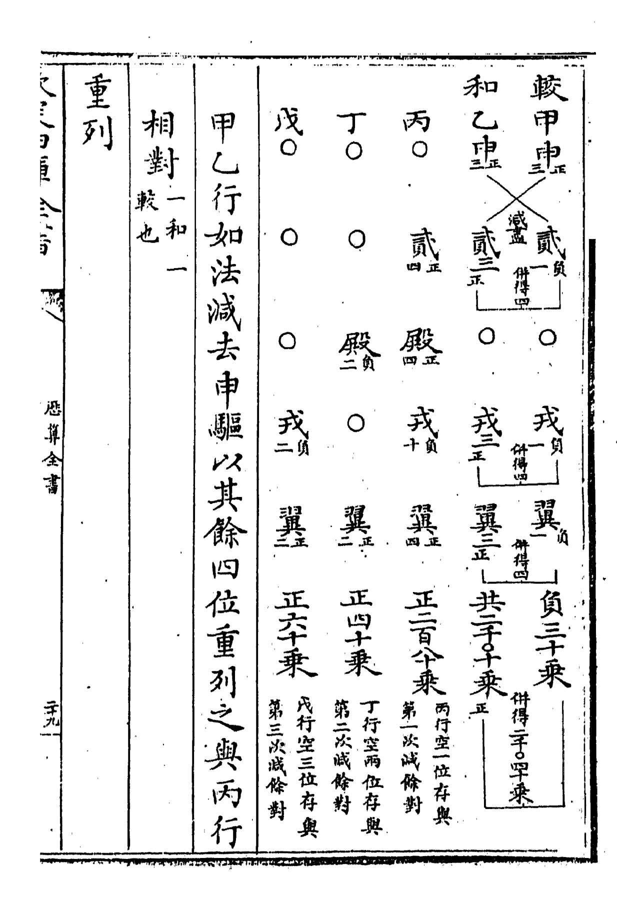
減併五次何以求之亦偶而多有首位相同者故亦

能省乘然雖省乘不能省減併矣其有空位者偶然也如第二圖五色有空是也空位多若更置列之所省尤多雖不更置而減併之餘自然能補其空亦可見方程之有常法矣

若更置之則自五色起如後圖

因五色始有空也如此圖則省六算　戎翼不空故更之下位後行不空者更之前行以先乘

正負列位



較 甲申三正 貳一負 ○ 戎一負 翼一負 負三十乘

減盡

併得四　併得四　併得四　併得二千○四十乘

和 乙申三正 貳三正 ○ 戎三正 翼三正 共二千○十乘正

丙 ○ 貳四正 殿四正 戎十負 翼四正 正二百八十乘

丙行空一位存與第一次減餘對

丁 ○ ○ 殿二負 ○ 翼二正 正四十乘

丁行空兩位存與第二次減餘對

戊 ○ ○ ○ 戎二負 翼二正 正六十乘

戊行空三位存與第三次減餘對

甲乙行如法減去申驅以其餘四位重列之與丙行相對一和一較也

重列

和減餘貳四正　減盡　○
戊四正　作十四
翼四正　減盡
共數二千四百四十乘正
餘一千七百六十乘

較丙行貳四正
殹四正
戊負十
翼四正
正二百八十乘

如法減去貳廣又重列之與丁行相對皆較數也如後

較減餘殹正四負二　減盡　○
戊負十四正七　○
負一千七百六十乘　正八百八十乘

較丁行殹負二　○
翼正二
正四十乘
餘八百四十乘

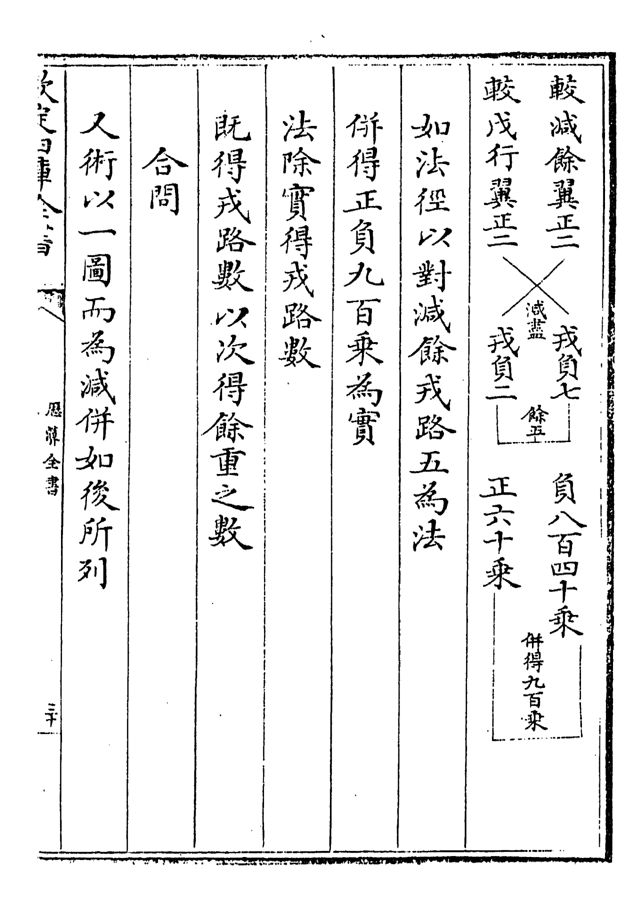
如法半減餘數以從丁行乃對減而重列之與戊行

相對　又以翼同故更置之

上

中

下



較減餘翼正二　戎負七　負八百四十乘

較戎行翼正二　戎負二　正六十乘

如法徑以對減餘戎路五為法

併得正負九百乘為實

法除實得戎路數

既得戎路數以次得餘重之數

合問

又術以一圖而為減併如後所列

原	列	減	餘	五	色
甲三正	甲三正	〇	〇	〇	
貳三正（并四正）	貳一負	貳四正（減盡）	〇	〇	
〇	〇	殿四正（四得負二）	殿二負	〇	減餘重列
戎三正（并四正）	戎一負	戎十負（并十七）（并十一負）	〇（減盡）	戎二負	戎七負（同減餘盡）
翼三正（并四正）	翼一負（減盡）	翼四正（無減）	翼二正	翼二正	翼二正（同減盡）
共二千〇二十乘正（并二千〇四十乘正）	負三十乘	正二百八十乘（餘一千七百六十乘負）（得正八百八十乘）	正四十乘（餘八百四十乘）	正六十乘（與并九百乘）	負八百四十乘

依法先得戎路亦同但其間和較交變錯綜襍陳非深知猝不能了不如前術之為安穩明白也

歷算全書卷四十二